

ECUACIONES Y SISTEMAS

1.- Resuelve los sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ xy = 30 \end{cases}$$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$$

$$\text{b) } \frac{4}{x} - \frac{2x+1}{5} = 1$$

$$\text{c) } \frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2} = \frac{6}{x}$$

$$\text{d) } 9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$$

$$\text{e) } (x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$$

SOLUCIONES

$$1.- a) \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ x^2 + (4 - x)^2 = 40 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 16 - 8x + x^2 = 40 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 24 = 0$$

simplificando: $x^2 - 4x - 12 = 0$ y resolviendo queda $x = \begin{cases} -2 \\ 6 \end{cases}$

$$y = 4 - x \Rightarrow y = \begin{cases} 6 \\ -2 \end{cases} \quad \text{Soluciones: } \begin{matrix} x = -2, y = 6 \\ x = 6, y = -2 \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ xy = 30 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{30}{x} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{30}{x}\right)^2 = 61 \Rightarrow x^4 - 61x^2 + 900 = 0 \text{ ecuación}$$

bicuadrada, haciendo $z = x^2; z^2 = x^4 \Rightarrow z^2 - 61z + 900 = 0 \Rightarrow z = \begin{cases} 36 \\ 25 \end{cases}$

por lo que $x = \begin{cases} \pm 6 \\ \pm 5 \end{cases}$ y por tanto $y = \frac{30}{x} = \begin{cases} \pm 5 \\ \pm 6 \end{cases}$

$$2.- a) \frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2 \Rightarrow \frac{27 - x^2}{3x} = \frac{6x}{3x} \Rightarrow 27 - x^2 = 6x \Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} -9 \\ 3 \end{cases}$$

$$b) \frac{4}{x} - \frac{2x+1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{20 - x(2x+1)}{5x} = \frac{5x}{5x} \Rightarrow 20 - 2x^2 - x = 5x \Rightarrow -2x^2 - 6x + 20 = 0,$$

simplificando $-x^2 - 3x + 10 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -5 \end{cases}$

$$c) \frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{x^2 - 2x}{x(x-2)} = \frac{6(x-2)}{x(x-2)} \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 6 \\ 2 \end{cases}$$

$$d) 9x^4 + 5x^2 - 4 = 0 \text{ bicuadrada: } z = x^2 \Rightarrow 9z^2 + 5z - 4 = 0 \Rightarrow z = \begin{cases} -1 \\ 4/9 \end{cases}$$

de donde $x = \begin{cases} \pm \sqrt{-1} = ? \\ \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3} \end{cases}$

Soluciones: $x = \frac{2}{3}; x = -\frac{2}{3}$

$$e) (x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1 \Rightarrow x^4 - 5x^2 - 3x^2 + 15 = -1 \Rightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \\ \Rightarrow (x^2 - 4)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$